

# 多重事件触发机制下四旋翼飞行器的姿态跟踪控制

常璧麟, 龙离军, 程杨, 刘雪意, 申子晗, 王泽通

(东北大学信息科学与工程学院, 110819, 沈阳)

**摘要:** 为减少四旋翼飞行器姿态跟踪控制中内部计算与通信资源的损耗,提出了基于反步法和多重事件触发机制下的四旋翼飞行器姿态跟踪控制。建立了四旋翼飞行器的动力学模型,并以滚转角系统为例,利用反步法设计连续控制器,实现了飞行器滚转角对参考信号的跟踪控制;通过引入事件触发机制构造了事件触发控制器,基于 Lyapunov 稳定性理论证明了所设计的事件触发控制器可以使滚转角系统保持稳定,且避免了 Zeno 现象;同时,在不同的参数作用下,采用相同方法对四旋翼飞行器的其他 3 个系统分别设计了各自对应的事件触发机制和事件触发控制器;由此构建的 4 个事件触发机制共同构成了四旋翼飞行器的多重事件触发机制。仿真结果表明,在多重事件触发机制作用下,所提事件触发控制器在 3 s 内共触发 150 次即可达到与周期采样控制器连续采样 3 000 次相同的跟踪效果。

**关键词:** 四旋翼飞行器;姿态跟踪控制;反步法;多重事件触发机制;事件触发控制器

**中图分类号:** TP271+.9 **文献标志码:** A

**DOI:** 10.7652/xjtuxb202203021 **文章编号:** 0253-987X(2022)03-0206-09



OSID 码

## Attitude Tracking Control of Quadrotors under Multiple Event-Triggered Mechanism

CHANG Bilin, LONG Lijun, CHENG Yang, LIU Xueyi, SHEN Zihan, WANG Zetong

(College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China)

**Abstract:** In order to reduce the loss of internal calculation and communication resources in the attitude tracking control of quadrotors, an attitude tracking control based on the backstepping method and multi-event triggered mechanism is proposed. First, the dynamic model of the quadrotor aircraft is established, and the roll angle system is taken as an example. Also, a continuous controller is designed using the backstepping method to achieve the tracking control of the aircraft roll angle to the reference signal. Second, an event-triggered controller is constructed by introducing an event-triggered mechanism. Based on the Lyapunov stability theory, it is proved that the designed event-triggered controller can keep the roll angle system stable and avoid the Zeno phenomenon. At the same time, the same method is adopted for the other three systems of the quadrotor. Under different parameters, the corresponding event-triggered mechanism and event-triggered controller are designed, respectively. The four event-triggered mechanisms constitute the multi-event triggered mechanism of the quadrotor. Finally, the simulation results show that under the multi-event triggered mechanism, the proposed event-triggered controller can

收稿日期: 2021-06-30。 作者简介: 常璧麟(2001—),男,本科生;龙离军(通信作者),男,教授。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(62173075);国家级大学生创新创业训练计划资助项目(211244);中央高校基本科研业务专项资金资助项目(N2124001)。

网络出版时间: 2021-09-29

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20210928.1922.006.html>

be triggered 150 times in 3 seconds to achieve the same tracking effect as the periodic sampling controller for 3 000 consecutive samples.

**Keywords:** quadrotors; attitude tracking control; backstepping; multi-event triggered mechanism; event triggered controller

近年来,四旋翼飞行器由于其结构简单、质量小、噪声低、易于操作等优点而成为一种流行的小型飞行器,并在紧急搜救、航拍摄影、军事侦察等领域得到了广泛的应用<sup>[1-3]</sup>。

事件触发控制是一种可以高效利用资源的控制策略。在传统的周期采样控制中,系统以固定的时间间隔进行信息传输与控制更新,不可避免地会造成系统资源的浪费。在事件触发控制中,系统信息的传输则由系统内特定的事件触发,即只在系统需要时才进行信息采样与控制更新,能有效节省通信与计算资源。另外,事件触发控制还能提供更强大的反馈能力,特别是在抵御非线性、补偿不确定性方面具有较大的优势<sup>[4-5]</sup>。

由于四旋翼飞行器本身是一种很复杂的非线性系统,且在飞行过程中易受到气流扰动、陀螺效应等物理效应的影响,设计其控制系统也就变得异常复杂<sup>[6]</sup>。目前,国内外研究者在四旋翼飞行器控制系统的设计上开展了大量的研究工作。其中,常见的控制器设计方法主要有 PID 控制、鲁棒控制、反步控制等。文献[1]研究了基于反步法的四旋翼飞行器增稳混合控制方法,用反步法设计的控制器对飞行器姿态进行控制,用模糊自适应 PID 控制器对飞行器高度和位置进行控制;文献[2]研究了基于反步法的四旋翼飞行器控制系统设计问题;文献[5]采用反步法实现了四旋翼飞行器轨迹跟踪。然而,如何利用事件触发机制,在实现四旋翼飞行器的姿态跟踪控制的前提下节约系统的计算与通信资源却鲜有报道。

本文针对四旋翼飞行器系统构建了多重事件触发机制,使得飞行器的 4 个控制输入的欠驱动系统达到了预期的跟踪效果。与文献[5]相比,不仅达到了预期的控制效果与控制精度,又节约了系统的通信与计算资源。本文首先在滚转角数学模型的基础上运用反步法设计出控制律,然后在所设计的控制律的基础上引入事件触发控制机制,构成事件触发控制器,并由 Lyapunov 稳定性理论证明了所设计的控制器使系统保持稳定,且能避免 Zeno 现象。类似地,利用与滚转角系统相同的控制器设计方法对四旋翼的其他 3 个系统设计了事件触发控制器,

并由这 4 个控制器的触发机构成飞行器系统的多重事件触发机制。仿真结果表明,与周期采样控制器相比,所设计的多重事件触发机制构成的事件触发控制器不仅达到了与周期采样控制器相同的控制效果,又有效节省了系统的计算与通信资源。

## 1 四旋翼飞行器建模

### 1.1 动力学方程

四旋翼飞行器通过调节 4 个螺旋桨的转速来控制飞行过程中的姿态与位置。本文基于 4 个假设构建四旋翼飞行器的动力学模型:①四旋翼飞行器是刚体,在飞行过程中不发生形变;②四旋翼飞行器的结构严格对称;③四旋翼飞行器质量与转动惯量保持不变;④飞行过程中四旋翼飞行器处于相对稳定状态,滚转角  $\phi$  与俯仰角  $\theta$  均在  $20^\circ$  内<sup>[7]</sup>。

首先建立惯性坐标系  $\mathcal{E}(x_e, y_e, z_e)$  与机体坐标系  $\mathcal{B}(x_b, y_b, z_b)$ ,如图 1 所示。 $\phi, \theta, \psi$  分别表示飞行器的滚转角、俯仰角和偏航角,记作  $\mathbf{I} = (\phi \ \theta \ \psi)^T$ 。

用  $x, y, z$  表示四旋翼飞行器在惯性系下的位置坐标,记作  $\xi = (x \ y \ z)^T$ 。用  $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$  表示四旋翼飞行器在惯性系下的线速度,记为  $\mathbf{V} = (\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z})^T$ 。用  $p, q, r$  分别表示四旋翼飞行器绕机体坐标系的 3 个轴转动的角速度,记作  $\mathbf{\Omega} = (p \ q \ r)^T$ 。

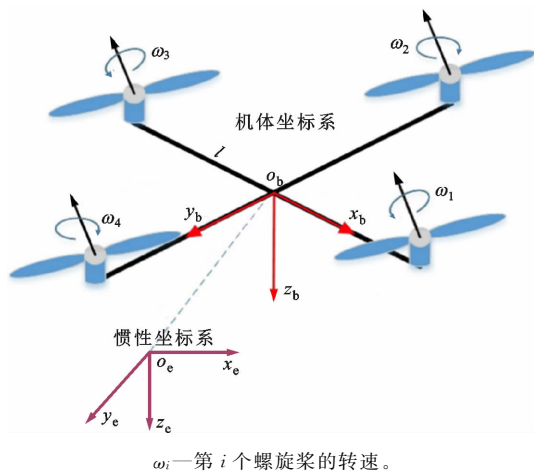


图 1 机体坐标系与惯性坐标系

Fig. 1 Body coordinate system and inertial coordinate system

由牛顿定律可得飞行器在惯性坐标系下的线加速度方程为<sup>[8]</sup>

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{1}{m}(c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi)F_s \\ \ddot{y} &= \frac{1}{m}(c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi)F_s \\ \ddot{z} &= g - \frac{1}{m}(c_\phi c_\theta)F_s \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中:  $F_s = \sum_{i=1}^4 k_i \omega_i^2$  为 4 个螺旋桨产生的总升力,  $k_i$  为螺旋桨的升力系数;  $c_\gamma = \cos \gamma$ ,  $s_\gamma = \sin \gamma$ ,  $c_\gamma = \tan \gamma$ ,  $\gamma = \phi, \theta, \psi$ ;  $g$  为重力加速度;  $m$  为飞行器质量。

由于四旋翼飞行器结构严格对称, 因此定义机体转动惯量  $\mathbf{I} = \text{diag}(I_x \ I_y \ I_z)$ 。在假设条件下可得角运动方程<sup>[9]</sup>

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\phi} &= \frac{I_y - I_z}{I_x} \dot{\theta} \dot{\psi} + \frac{J}{I_x} \omega_r \dot{\theta} + \frac{U_2}{I_x} \\ \ddot{\theta} &= \frac{I_z - I_x}{I_y} \dot{\phi} \dot{\psi} - \frac{J}{I_y} \omega_r \dot{\phi} + \frac{U_3}{I_y} \\ \ddot{\psi} &= \frac{I_x - I_y}{I_z} \dot{\phi} \dot{\theta} + \frac{U_4}{I_z} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中:  $\omega_r = \sum_{i=1}^4 (-1)^i \omega_i$ ;  $J$  为单个电机对转轴的转动惯量;  $U_1 \sim U_4$  为飞行器的 4 个控制输入, 分别控制飞行器做垂直、滚转、俯仰、偏航运动, 具体表示为

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_t(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2) \\ k_t(\omega_4^2 - \omega_2^2)L \\ k_t(\omega_3^2 - \omega_1^2)L \\ k_d(\omega_4^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 - \omega_1^2) \end{bmatrix}$$

其中,  $k_d$  为转动系数,  $L$  为四旋翼飞行器的电机到飞行器重心的距离。

## 1.2 状态空间模型

为化简状态变量, 定义函数

$$\left. \begin{aligned} f_1(\mathbf{X}) &= k_1 \dot{\theta} \dot{\psi} + k_2 \dot{\theta} \omega_r \\ f_2(\mathbf{X}) &= k_3 \dot{\phi} \dot{\psi} + k_4 \dot{\phi} \omega_r \\ f_3(\mathbf{X}) &= k_5 \dot{\phi} \dot{\theta} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中:  $k_1, k_2, k_3, k_4, k_5$  为相应状态变量的常系数;  $\mathbf{X} = (\phi \ \dot{\phi} \ \theta \ \dot{\theta} \ \psi \ \dot{\psi} \ x \ \dot{x} \ y \ \dot{y} \ z \ \dot{z})^T$ 。

考虑到  $U_1 = F_s$ , 得到状态空间表达式

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}} &= (\dot{\phi}, f_1(\mathbf{X}) + b_1 U_2, \dot{\theta}, f_2(\mathbf{X}) + b_2 U_3, \\ &\dot{\psi}, f_3(\mathbf{X}) + b_3 U_4, \dot{x}, \frac{U_1}{m}(c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi), \\ &\dot{y}, \frac{U_1}{m}(c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi), \dot{z}, g - \frac{U_1}{m}(c_\phi c_\theta))^T \end{aligned} \quad (4)$$

式中  $b_1, b_2, b_3$  均不为 0。

## 2 反步控制器的设计

反步法是针对非线性系统的一种系统化的、递

归的控制器设计方法<sup>[10-12]</sup>。反步法基本思想是将复杂的非线性系统根据其内部联系分解为若干个子系统, 从第一阶子系统开始, 设计该阶系统的 Lyapunov 函数, 在保证第一阶子系统具有稳定性的基础上获得该子系统的虚拟控制律。完成第一阶系统的设计后, 在第二阶系统中以第一阶系统的虚拟控制律作为第二阶系统的跟踪函数, 以类似于第一阶系统的设计方法设计出第二阶子系统的虚拟控制律。依此类推, 进而得到整个闭环系统的虚拟控制律<sup>[13]</sup>。

以滚转角系统为例, 假设滚转角跟踪给定的参考信号为  $x_{10}$ , 用反步法设计该系统的控制律。令

$$x_1 = \phi; \ x_2 = \dot{\phi}; \ u(t) = U_2 \quad (5)$$

则滚转角系统可表示为

$$\dot{x}_1 = x_2; \ \dot{x}_2 = f_1(\mathbf{X}) + b_1 u(t) \quad (6)$$

定义滚转角误差为

$$z_1 = x_1 - x_{10} \quad (7)$$

针对  $z_1$ , 构造正定函数

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 \quad (8)$$

对  $V_1$  进行求导, 有

$$\dot{V}_1 = z_1 \dot{z}_1 = z_1 (x_2 - \dot{x}_{10}) \quad (9)$$

设计控制律  $\alpha_1$

$$\alpha_1 = -c_1 z_1 + \dot{x}_{10} \quad (10)$$

式中  $c_1 > 0$ 。

针对  $\alpha_1$ , 定义误差

$$z_2 = x_2 - \alpha_1 \quad (11)$$

引入 Lyapunov 函数

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (12)$$

对  $V_2$  进行求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + z_2 \dot{z}_2 = \\ &z_1 \dot{z}_1 + z_2 \dot{z}_2 = z_1 (x_2 - \dot{x}_{10}) + z_2 \dot{z}_2 \end{aligned} \quad (13)$$

对  $z_2$  求导, 得

$$\dot{z}_2 = b_1 u(t) + f_1(\mathbf{X}) - \dot{\alpha}_1 \quad (14)$$

考虑到

$$x_2 = z_2 + \alpha_1 \quad (15)$$

联立式(10)(13)(14)(15), 得

$$\dot{V}_2 = -c_1 z_1^2 + z_2 (z_1 + b_1 u(t) + f_1(\mathbf{X}) - \dot{\alpha}_1) \quad (16)$$

为使  $\dot{V}_2 \leq 0$ , 设计  $u(t)$  的虚拟控制律为

$$\alpha_2 = \frac{1}{b_1} (-c_2 z_2 + \dot{\alpha}_1 - f_1(\mathbf{X}) - z_1) \quad (17)$$

式中  $c_2 > 0$ 。

当  $u(t) = \alpha_2$  时, 有  $\dot{V}_2 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2$ , 说明系统

是稳定的。

综合式(5)(7)(10)(11)(17),滚转角  $\phi$  系统的控制律为

$$\left. \begin{aligned} U_2 &= \frac{1}{b_1}(-c_2 z_2 + \dot{\alpha}_1 - f_1(\mathbf{X}) - z_{10}) \\ z_1 &= \phi - \phi_{10} \\ z_2 &= \dot{\phi} - \alpha_1 \\ \alpha_1 &= -c_1 z_1 + \dot{\phi}_{10} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

同理,也可以得到  $U_1$ 、 $U_3$ 、 $U_4$  的控制律。

$z$  方向系统的控制律为

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= -\frac{m}{c_\phi c_\theta}(-c_4 z_4 + \dot{\alpha}_3 - g - z_3) \\ z_3 &= z - z_{10} \\ z_4 &= \dot{z} - \alpha_3 \\ \alpha_3 &= -c_3 z_3 + \dot{z}_{10} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$x$  方向系统的控制律为

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= \frac{m}{p_1}(-c_6 z_6 + \dot{\alpha}_5 - z_5) \\ z_5 &= x - x_{10} \\ z_6 &= \dot{x} - \alpha_5 \\ \alpha_5 &= -c_5 z_5 + \dot{x}_{10} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

式中  $p_1 = c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi$ 。

$y$  方向系统的控制律为

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= \frac{m}{p_2}(-c_8 z_8 + \dot{\alpha}_7 - z_7) \\ z_7 &= y - y_{10} \\ z_8 &= \dot{y} - \alpha_7 \\ \alpha_7 &= -c_7 z_7 + \dot{y}_{10} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

式中  $p_2 = c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi$ 。

俯仰角  $\theta$  系统的控制律为

$$\left. \begin{aligned} U_3 &= \frac{1}{b_2}(-c_{10} z_{10} + \dot{\alpha}_9 - f_2(\mathbf{X}) - z_9) \\ z_9 &= \theta - \theta_{10} \\ z_{10} &= \dot{\theta} - \alpha_9 \\ \alpha_9 &= -c_9 z_9 + \dot{\theta}_{10} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

偏航角  $\psi$  系统的控制律为

$$\left. \begin{aligned} U_4 &= \frac{1}{b_3}(-c_{12} z_{12} + \dot{\alpha}_{11} - f_3(\mathbf{X}) - z_{11}) \\ z_{11} &= \psi - \psi_{10} \\ z_{12} &= \dot{\psi} - \alpha_{11} \\ \alpha_{11} &= -c_{11} z_{11} + \dot{\psi}_{10} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

### 3 多重事件触发机制

随着网络控制系统的发展,事件触发控制以其有效节约网络系统的计算与通信资源的优势而得到

国内外研究者的广泛关注<sup>[14-15]</sup>。在传统的周期采样控制中,系统以固定频率采样与执行操作<sup>[16-17]</sup>。这种控制策略缺乏一定的智能性,可能会造成一系列不必要的操作以及资源的浪费<sup>[18]</sup>。由事件触发机制所设计的控制器只有在系统的特定事件被触发时才会采样或执行操作,即只有在系统需要时才会进行信息传输和控制更新<sup>[19-20]</sup>。

本节提出了一种事件触发机制,在第2节构建的反步控制器的基础上,首先为滚转角系统设计了事件触发控制器。所设计的控制器由 Lyapunov 稳定性理论证明可以使系统保持稳定,且可以避免 Zeno 现象。然后,分别对四旋翼飞行器其余3个状态变量的系统设计了事件触发控制器,其中每个控制器都对应其自身的触发机制。所设计的4个控制器可以在四旋翼飞行器上同时工作,并由这4个控制器的触发机制构成的多重事件触发机制提供触发时刻。

#### 3.1 事件触发机制

以滚转角系统式(6)为例,设计事件触发控制器

$$u(t) = w_1(t_{\phi,k}), \quad \forall t \in [t_{\phi,k}, t_{\phi,k+1}) \quad (24)$$

$$w_1(t) = \alpha_2 - \frac{2}{\pi} \bar{m}_1 \arctan\left(\frac{\bar{m}_1 z_2}{\epsilon_1}\right) \quad (25)$$

式中: $\epsilon_1$  为一正常数, $k \in \mathbf{N}^+$ ;  $\{t_{\phi,k}\}$  是滚转角的触发时刻序列,由事件触发机制生成

$$\left. \begin{aligned} t_{\phi,k+1} &= \inf\{t \in \mathbf{R}^+ \mid |w_1(t_{\phi,k}) - u(t)| \geq m_1\} \\ t_{\phi,1} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

其中, $\bar{m}_1$  和  $m_1$  是预先设定的常数,且满足  $\bar{m}_1 > m_1 \geq 0$ 。当事件触发机制触发时,系统输入从  $u(t_{\phi,k})$  更新为  $u(t_{\phi,k+1})$ ,并输入到系统中。假定  $t_{\phi,k+1}^-$  为事件触发瞬间,将  $t_{\phi,k+1}$  看作控制器更新瞬间<sup>[21-23]</sup>。

以 Lyapunov 稳定性理论来证明所设计的事件触发控制器使系统保持稳定。

**引理1** 对于非线性系统式(6),事件触发控制器式(24)(26)使得所选取的 Lyapunov 函数  $V =$

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 z_i^2 \text{ 沿着闭环系统的解满足 } \dot{V} \leq -\sigma V + \Delta \quad (27)$$

式中  $\sigma$  和  $\Delta$  是给定的正常数,即系统式(6)的所有状态变量都是有界的。

**证明** 对  $V$  求导,得到

$$\dot{V} = z_1 \dot{z}_1 + z_2 \dot{z}_2 \quad (28)$$

结合式(14)并考虑到  $x_2 = z_2 + \alpha_1 = z_2 + \dot{x}_{10} - c_1 z_1$ , 可得

$$\dot{V} = -c_1 z_1^2 + z_2 b_1 u(t) + z_2 (f_1(\mathbf{X}) - \dot{\alpha}_1 + z_1) \quad (29)$$

在事件触发机制式(26)中,由事件触发条件可以得到  $|\omega_1(t) - u(t)| \leq m_1, \forall t \in [t_{\phi,k}, t_{\phi,k+1})$ 。设  $\lambda(t)$  为一连续的时变参数,且满足  $\lambda(t_{\phi,k}) = 0, \lambda(t_{\phi,k+1}) = \pm 1, |\lambda(t)| \leq 1, \forall t \in [t_{\phi,k}, t_{\phi,k+1})$ , 则有

$$\omega_1(t) = u(t) + \lambda(t)m_1 \quad (30)$$

由式(30),并结合式(17)(25)得到

$$\dot{V} = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 - \frac{2}{\pi} b_1 \bar{m}_1 z_2 \arctan\left(\frac{\bar{m}_1 z_2}{\epsilon_1}\right) - z_2 b_1 m_1 \lambda(t) \quad (31)$$

注意到反正切函数  $\arctan$  具有性质

$$0 \leq |\kappa| - \frac{2}{\pi} \kappa \arctan\left(\frac{\kappa}{\epsilon}\right) \leq \frac{2}{\pi} \epsilon \quad (32)$$

式中:  $\kappa \in \mathbf{R}; \epsilon$  是一常数,且满足  $\epsilon > 0$ 。

联立式(31)(32)并化简,得到

$$\dot{V} \leq -\sum_{i=1}^2 c_i z_i^2 + \frac{2}{\pi} \epsilon_1 b_1 \quad (33)$$

令  $\sigma = \min\{2c_1, 2c_2\}, \Delta = \frac{2}{\pi} \epsilon_1 b_1$ , 有

$$\dot{V} \leq \sigma \left( -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 z_i^2 \right) + \Delta = -\sigma V + \Delta \quad (34)$$

因此,  $V(t) \leq V(t_0) e^{-\sigma(t-t_0)} + \frac{\Delta}{\sigma}$ , 即系统式(6)

的所有状态变量都是有界的。证毕。

通过定理1证明所设计的事件触发控制器确保系统不会出现 Zeno 现象。

**定理1** 考虑系统式(6),事件触发控制器式(24)可以确保系统不会出现 Zeno 现象,即存在  $t^* > 0$ ,使得系统的执行时间间隔组成的集合  $\{t_{\phi,k+1} - t_{\phi,k}\}, \forall k \in \mathbf{N}^+$  的下界是  $t^*$ 。

**证明** 设

$$e(t) = \omega_1(t) - u(t), \quad \forall t \in [t_{\phi,k}, t_{\phi,k+1}) \quad (35)$$

对  $|e(t)|$  求导,有

$$\frac{d|e(t)|}{dt} = \frac{d}{dt}(ee)^{\frac{1}{2}} = \dot{e} \operatorname{sgn} e \leq |\dot{\omega}_1(t)| \quad (36)$$

由式(25)可得

$$\dot{\omega}_1(t) = \dot{\alpha}_2 - \frac{2\bar{m}_1^2}{\pi \epsilon_1} \frac{1}{1 + (\bar{m}_1 z_2 / \epsilon_1)^2} \quad (37)$$

根据引理1知,  $z_2, \alpha_2, f_1(\mathbf{X})$  及其导数是光滑有界的函数,令

$$h(z_2) = \frac{2\bar{m}_1^2}{\pi \epsilon_1} \frac{1}{1 + (\bar{m}_1 z_2 / \epsilon_1)^2} \quad (38)$$

不难证明  $h(z_2)$  是一有界函数,则  $\omega_1(t)$  是有界函数。即存在一个常数  $\zeta > 0$ ,使得  $|\dot{\omega}_1(t)| < \zeta$ 。

对  $\forall k \in \mathbf{N}^+$ , 当  $t = t_{\phi,k}$  时,有  $e(t_{\phi,k}) = 0$ ; 当事件

触发时,即  $|\omega_1(t) - u(t)| = m_1$  时,有  $\lim_{t \rightarrow t_{\phi,k+1}} e(t) = m_1$ 。在  $[t_{\phi,k}, t_{\phi,k+1})$  上对  $|\dot{e}(t)|$  积分,并结合式(36),得到

$$\int_{t_{\phi,k}}^{t_{\phi,k+1}} |\dot{e}(t)| dt \leq |\dot{\omega}_1(t)| (t_{\phi,k+1} - t_{\phi,k}) \leq \zeta (t_{\phi,k+1} - t_{\phi,k}) \quad (39)$$

又因为

$$\int_{t_{\phi,k}}^{t_{\phi,k+1}} |\dot{e}(t)| dt = \lim_{t \rightarrow t_{\phi,k+1}} |e(t)| - |e(t_{\phi,k})| = m_1 \quad (40)$$

所以

$$t_{\phi,k+1} - t_{\phi,k} \geq \frac{m_1}{\zeta}, \quad \forall k \in \mathbf{N}^+ \quad (41)$$

即存在  $t^* = \frac{m_1}{\zeta}$ , 使得系统的执行时间间隔组成的集合  $\{t_{\phi,k+1} - t_{\phi,k}\}, \forall k \in \mathbf{N}^+$  的下界是  $t^*$ 。证毕。

### 3.2 四旋翼飞行器的多重事件触发机制

按照3.1节中滚转角系统事件触发控制器的设计方法,设计其余状态变量系统的事件触发控制器,结果如下。

垂直位移  $z$  方向系统为

$$\left. \begin{aligned} U_1(t) &= \omega_2(t_{z,k}), \quad \forall t \in [t_{z,k}, t_{z,k+1}) \\ \omega_2(t) &= \alpha_4 - \frac{2}{\pi} \bar{m}_2 \arctan\left(\frac{\bar{m}_2 z_4}{\epsilon_2}\right) \\ t_{z,k+1} &= \inf(t \in \mathbf{R} \mid |\omega_2(t) - U_1(t)| \geq m_2) \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

俯仰角  $\theta$  系统为

$$\left. \begin{aligned} U_3(t) &= \omega_3(t_{\theta,k}), \quad \forall t \in [t_{\theta,k}, t_{\theta,k+1}) \\ \omega_3(t) &= \alpha_{10} - \frac{2}{\pi} \bar{m}_3 \arctan\left(\frac{\bar{m}_3 z_{10}}{\epsilon_3}\right) \\ t_{\theta,k+1} &= \inf(t \in \mathbf{R} \mid |\omega_3(t) - U_3(t)| \geq m_3) \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

偏航角  $\psi$  系统为

$$\left. \begin{aligned} U_4(t) &= \omega_4(t_{\psi,k}), \quad \forall t \in [t_{\psi,k}, t_{\psi,k+1}) \\ \omega_4(t) &= \alpha_{12} - \frac{2}{\pi} \bar{m}_4 \arctan\left(\frac{\bar{m}_4 z_{12}}{\epsilon_4}\right) \\ t_{\psi,k+1} &= \inf(t \in \mathbf{R} \mid |\omega_4(t) - U_4(t)| \geq m_4) \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

式中:  $m_2, m_3, m_4, \bar{m}_2, \bar{m}_3, \bar{m}_4$  为设计参数且满足  $\bar{m}_2 > m_2 > 0, \bar{m}_3 > m_3 > 0, \bar{m}_4 > m_4 > 0; \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4$  为正常数。

设计的四个事件触发控制器在四旋翼飞行器上同时工作时,可构成多重事件触发机制,以此提供触发时刻。

## 4 仿 真

在 0~3 s 内,设置 4 个变量的参考信号分别为  $\phi_{10}=0.7\cos(0.5t)$  rad,  $\theta_{10}=0.7\cos(0.5t)$  rad,  $\psi_{10}=0.7\cos(0.5t)$  rad,  $z_{10}=0.7\cos(0.5t)$  m。初始时,假定四旋翼飞行器状态变量  $\phi, \theta, \psi, z$  为 0.7 rad 或 0.7 m,  $x=y=0, \dot{\phi}=\dot{\theta}=\dot{\psi}=0, \dot{z}=0, \dot{x}=0.1848$  m/s,  $\dot{y}=-0.0409$  m/s。程序中相应的参数取值设定如下:  $m_1=0.135, \bar{m}_1=\frac{11\pi}{2}, m_2=0.1, \bar{m}_2=\frac{11\pi}{2}, m_3=0.09, \bar{m}_3=\frac{11\pi}{2}, m_4=0.25, \bar{m}_4=\frac{11\pi}{2}; \frac{\bar{m}_1}{\epsilon_1}=\frac{\bar{m}_2}{\epsilon_2}=\frac{\bar{m}_3}{\epsilon_3}=0.052, \frac{\bar{m}_4}{\epsilon_4}=0.01; J=0.016 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, I=\text{diag}(0.061, 0.061, 0.06) \text{ kg} \cdot \text{m}^2, m=5 \text{ kg}$ 。

图 2 与图 3 分别为多重事件触发机制下与周期采样控制下  $\phi, \theta, \psi, z$  的跟踪效果。对比两图可以看出,多重事件触发机制下 4 个状态变量的跟踪效果达到了与周期采样控制下相接近的效果,二者都能很好地跟踪给定的参考信号。

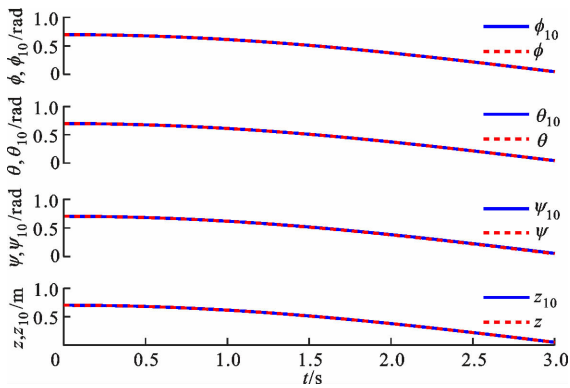


图 2 多重事件触发机制下  $\phi, \theta, \psi, z$  的跟踪效果

Fig. 2 Trajectories of states  $\phi, \theta, \psi$  and  $z$  under multi-event triggered mechanism

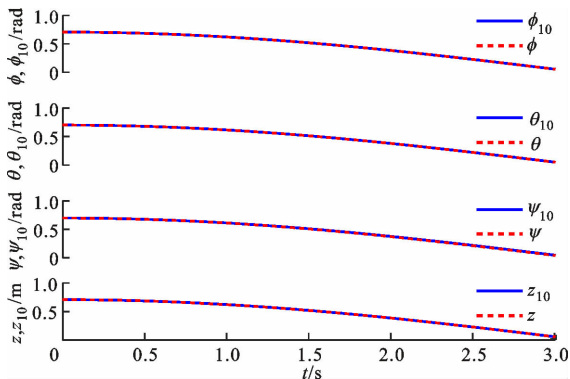


图 3 周期采样控制下  $\phi, \theta, \psi, z$  的跟踪效果

Fig. 3 Trajectories of states  $\phi, \theta, \psi$  and  $z$  under periodic sampling control

图 4 为在多重事件触发机制下系统输出的信号与给定参考信号的误差。可以看出,在事件触发控制的整个过程中,系统误差都保持较低值,跟踪效果良好。

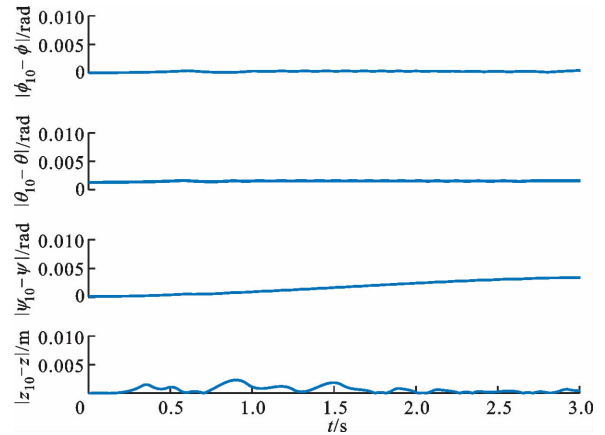


图 4 多重事件触发机制下的跟踪误差

Fig. 4 Tracking errors under multi-event triggered mechanism

图 5 为多重事件触发机制下触发时刻及触发间隔的仿真结果。可以看出,在此次仿真中,系统一共触发 150 次,任意两次触发时刻之间间隔最小为  $0.021 \text{ s} > 0$ ,表明系统不会发生 Zeno 现象。

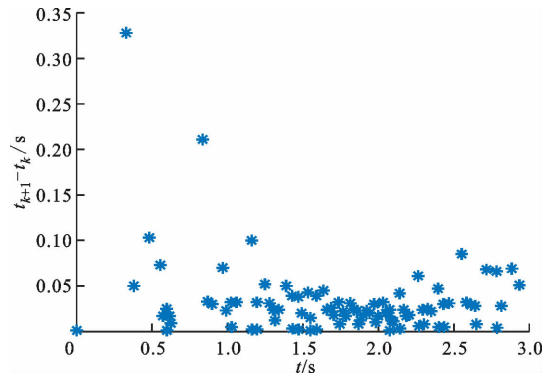


图 5 多重事件触发机制下的触发间隔

Fig. 5 Inter-event time under multi-event triggered mechanism

图 6 为多重事件触发机制下状态变量  $\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}, \dot{z}$  的变化。可以看出,  $\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}, \dot{z}$  非常接近理论值  $S_0 = -0.35\sin(0.5t)$ ,这也侧面反映出在多重事件触发机制下  $\phi, \theta, \psi, z$  实现了良好的跟踪。

图 7 为多重事件触发机制下  $x, \dot{x}, y, \dot{y}$  的变化。在所有状态变量中,  $x, y$  受输入  $U_1$  与  $\phi, \theta, \psi$  的控制,由于在控制高度  $z$  时  $U_1$  已经确定,且  $\phi, \theta, \psi$  也已经确定,此时的  $x, y$  为在  $U_1$  与  $\phi, \theta, \psi$  作用下的结果。

在四旋翼 4 个状态的系统中分别添加干扰信号

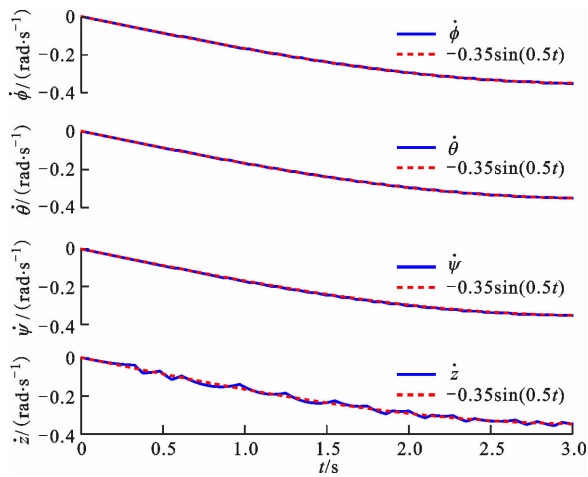


图 6 多重事件触发机制下  $\dot{\phi}$ 、 $\dot{\theta}$ 、 $\dot{\psi}$ 、 $\dot{z}$  的变化  
Fig. 6 State trajectories of  $\dot{\phi}$ ,  $\dot{\theta}$ ,  $\dot{\psi}$  and  $\dot{z}$  under multi-event triggered mechanism

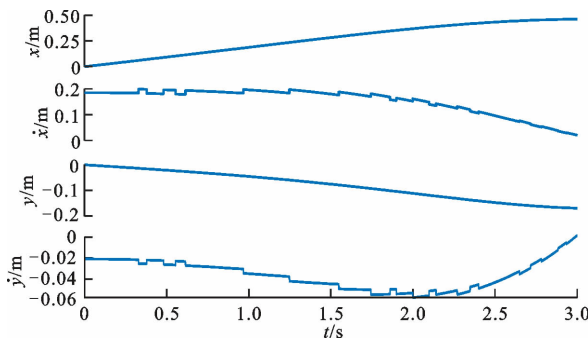


图 7 多重事件触发机制下  $x$ 、 $\dot{x}$ 、 $y$  和  $\dot{y}$  的变化  
Fig. 7 Trajectories of states  $x$ ,  $\dot{x}$ ,  $y$  and  $\dot{y}$  under the multi-event triggered mechanism

$d_1$ 、 $d_2$ 、 $d_3$ 、 $d_4$

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= 0.2\sin t \\ d_2 &= 0.3\sin t \\ d_3 &= 0.31\sin t \\ d_4 &= 0.25\sin t \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

四旋翼系统的状态空间表达式变为

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\phi} &= f_1(\mathbf{X}) + b_1 U_2 + d_1 \\ \ddot{\theta} &= f_2(\mathbf{X}) + b_2 U_3 + d_2 \\ \ddot{\psi} &= f_3(\mathbf{X}) + b_3 U_4 + d_3 \\ \ddot{z} &= g - \frac{U_1}{m}(c_\phi c_\theta) + d_4 \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

在有干扰条件下进行仿真实验,结果如图 8 与图 9 所示。分析可知,若给四旋翼 4 个状态的系统增加一定的干扰项,所设计的事件触发控制器依然可以使四旋翼的 4 个状态变量跟踪给定的参考信号。

根据本小节仿真结果可知,本文设计的多重事件触发机制仅需 150 次触发就可以让  $\phi$ 、 $\theta$ 、 $\psi$ 、 $z$  这 4

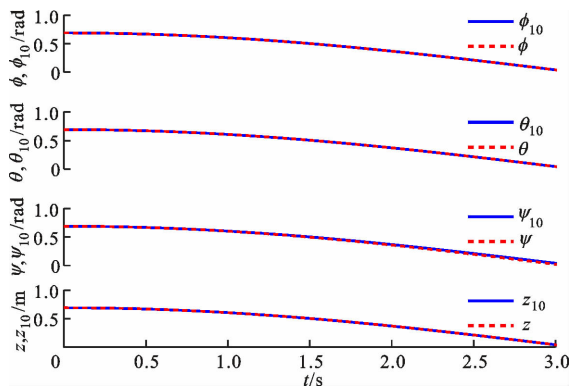


图 8 干扰情况下  $\phi$ 、 $\theta$ 、 $\psi$ 、 $z$  的跟踪参考信号  
Fig. 8 Trajectories of states  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$  and  $z$  in the case of interference

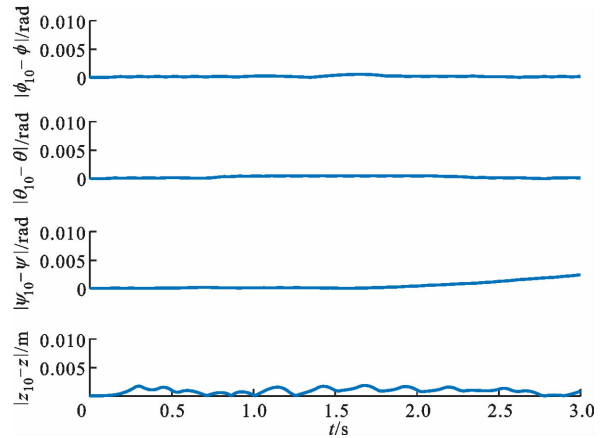


图 9 干扰情况下  $\phi$ 、 $\theta$ 、 $\psi$ 、 $z$  的跟踪误差  
Fig. 9 Tracking errors of states  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$  and  $z$  in the case of interference

个状态变量跟踪所给定的参考信号,而在周期采样控制中,飞行器需要连续通信 3 000 次才能达到同样的控制效果。并且,本文设计的事件触发控制器也能较好地抑制扰动。综合可知,本文设计的多重事件触发机制可以有效降低系统的通信与计算资源的损耗,比传统的周期采样控制更具优势。

## 5 结 论

本文针对四旋翼飞行器的姿态跟踪控制问题提出了一种多重事件触发机制,为四旋翼飞行器 4 个状态变量的系统构建了事件触发控制器,并利用 Lyapunov 稳定性理论证明了所设计的控制器可以使系统保持稳定。与以往的周期控制器相比,在保证跟踪效果的同时又节省了系统的计算与通信资源。本文结论如下。

(1)在多重事件触发机制下,所设计的事件触发控制器仅需触发 150 次就可以达到周期采样控制器



连续采样3 000次的跟踪效果,可以有效地降低系统的计算与通信资源。

(2)在一定的扰动下,本文设计的事件触发控制器能使所控制的4个状态变量稳定地跟踪给定的参考信号,且保持较低的跟踪误差,说明本文设计的事件触发控制器具有一定的抗干扰能力。

(3)本文设计的控制器在使用时需满足飞行器的滚转角与俯仰角均在 $20^\circ$ 以内的条件。

后续的工作可综合考虑飞行器在自然环境中受到的干扰,设计具有抵抗复杂干扰能力的事件触发控制器。

## 参考文献:

- [1] 王日俊,曾志强,段能全,等. 基于反步法的四旋翼无人飞行器混合增稳控制[J]. 电子产品世界,2018,25(9): 31-35.  
WANG Rijun, ZENG Zhiqiang, DUAN Nengquan, et al. Hybrid stabilization control of quad-rotor aircraft based on backstepping method[J]. Electronic Engineering & Product World, 2018, 25(9): 31-35.
- [2] 赵元伟,卢京朝. 四旋翼飞行器的建模及基于反步法的控制[J]. 科学技术与工程,2013,13(34): 10425-10430.  
ZHAO Yuanwei, LU Jingchao. Modeling and control of a quadrotor based on the backstepping method[J]. Science Technology and Engineering, 2013, 13(34): 10425-10430.
- [3] 钱路,李智,王勇军. 四旋翼飞行器控制系统优化设计研究[J]. 计算机仿真,2018,35(4): 18-23.  
QIAN Lu, LI Zhi, WANG Yongjun. Study on optimal design of four-rotor aircraft control system[J]. Computer Simulation, 2018, 35(4): 18-23.
- [4] 黄亚欣. 不确定非线性系统的自适应事件触发控制[D]. 济南:山东大学,2019: 15-29.
- [5] 滕雄,吴怀宇,陈洋,等. 基于反步法的四旋翼飞行器轨迹跟踪研究[J]. 计算机仿真,2016,33(5): 78-83.  
TENG Xiong, WU Huaiyu, CHEN Yang, et al. Trajectory tracking of quad-rotor aircrafts base on backstepping[J]. Computer Simulation, 2016, 33(5): 78-83.
- [6] 陈奕梅,陈增辉,修春波. 四旋翼无人飞行器反步法的控制[J]. 天津工业大学学报,2015,34(5): 32-36.  
CHEN Yimei, CHEN Zenghui, XIU Chunbo. Backstepping control of quadrotor unmanned aerial vehicle[J]. Journal of Tianjin Polytechnic University, 2015, 34(5): 32-36.

- [7] 郭勇,汪大伟,邓宇. 四旋翼飞行器建模及其运动控制[J]. 传感器与微系统,2017,36(11): 38-41.  
GUO Yong, WANG Dawei, DENG Yu. Modeling and flight control of quadrotor[J]. Transducer and Microsystem Technologies, 2017, 36(11): 38-41.
- [8] 刘士超,吕品,赖际舟,等. 一种改进的四旋翼飞行器建模方法[J]. 导航与控制,2019,18(1): 68-75.  
LIU Shichao, LV Pin, LAI Jizhou, et al. An improved modeling method for quadrotor[J]. Navigation and Control, 2019, 18(1): 68-75.
- [9] 高燕,虞旦. 四旋翼飞行器的建模及控制算法仿真[J]. 工业控制计算机,2014,27(9): 98-100.  
GAO Yan, YU Dan. Modeling and control algorithm simulation for quadrotor[J]. Industrial Control Computer, 2014, 27(9): 98-100.
- [10] 洪云飞. 基于反步法四旋翼自适应飞行控制器设计[J]. 舰船电子工程,2020,40(1): 48-53.  
HONG Yunfei. Design of quadrotor adaptive flight controller based on backstepping method[J]. Ship Electronic Engineering, 2020, 40(1): 48-53.
- [11] 范云生,何智平,曹健,等. 四旋翼飞行器非线性轨迹跟踪控制[J]. 仪器仪表学报,2019,40(10): 247-256.  
FAN Yunsheng, HE Zhiping, CAO Jian, et al. Non-linear trajectory tracking control for a quadrotor[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(10): 247-256.
- [12] TANG Pan, ZHANG Fubiao, YE Jianchuan, et al. An integral TSMC-based adaptive fault-tolerant control for quadrotor with external disturbances and parametric uncertainties[J]. Aerospace Science and Technology, 2021, 109: 106415.
- [13] 王帅磊,周绍磊,代飞扬,等. 多航天器分布式事件触发分组姿态协同控制[J]. 北京航空航天大学学报,2021,47(2): 323-332.  
WANG Shuailei, ZHOU Shaolei, DAI Feiyang, et al. Distributed event-triggered group attitude coordinated control of multi-spacecraft[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(2): 323-332.
- [14] 张嘉芮,陈弈澄,董新蕾,等. 基于事件触发的航天器姿态自适应容错控制[J]. 飞控与探测,2020,3(2): 17-25.  
ZHANG Jiarui, CHEN Yicheng, DONG Xinlei, et al. Event-triggered adaptive fault-tolerant control of spacecraft attitude[J]. Flight Control & Detection, 2020, 3(2): 17-25.
- [15] CAO Boqiang, NIE Xiaobing. Event-triggered adap-



- tive neural networks control for fractional-order nonstrict-feedback nonlinear systems with unmodeled dynamics and input saturation [J]. *Neural Networks*, 2021(142): 288-302.
- [16] WANG Sen, BU Xuhui, LIANG Jiaqi. Event-triggered robust guaranteed cost control for two-dimensional nonlinear discrete-time systems [J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2019, 30(6): 1243-1251.
- [17] 廉玉晓, 杨文静, 王琳淇, 等. 基于事件触发机制的一类非严格反馈非线性系统的自适应神经网络追踪控制 [J]. *南京信息工程大学学报(自然科学版)*, 2021, 13(1): 59-65.
- LIAN Yuxiao, YANG Wenjing, WANG Linqi, et al. et al adaptive neural network tracking control for a class of nonstrict-feedback nonlinear systems based on event-triggering mechanism [J]. *Journal of Nanjing University of Information Science & Technology(Natural Science Edition)*, 2021, 13(1): 59-65.
- [18] XING Lantao, WEN Changyun, LIU Zhitao, et al. Event-triggered adaptive control for a class of uncertain nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2017, 62(4): 2071-2076.
- [19] LONG Lijun, WANG Fenglan. Dynamic event-triggered adaptive NN control for switched uncertain nonlinear systems [J/OL]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021 [2021-04-01]. <https://doi.org/10.1109/TCYB.2021.3088636>.
- [20] 王连耀, 王天宝. 事件触发机制的网络控制系统控制器设计 [J]. *软件导刊*, 2020, 19(1): 130-134.
- WANG Lianyao, WANG Tianbao. The controller design of network control system based on event-triggered mechanism [J]. *Software Guide*, 2020, 19(1): 130-134.
- [21] 申通, 唐晔, 李立. 基于事件触发机制的自主车辆队列协同控制 [J]. *计算机应用研究*, 2021, 38(3): 792-795.
- SHEN Tong, TANG Ye, LI Li. Consensus for autonomous vehicle platoon system via event-triggered control [J]. *Application Research of Computers*, 2021, 38(3): 792-795.
- [22] 陈浩浩, 樊渊. 基于动态事件触发机制的线性系统最优控制 [J]. *控制工程*, 2020, 27(10): 1820-1827.
- CHEN Haohao, FAN Yuan. Optimal control for linear systems based on dynamic event-triggered mechanism [J]. *Control Engineering of China*, 2020, 27(10): 1820-1827.
- [23] 姜林, 龙离军, 赵军. 带有时变干扰的变结构近空间飞行器滑模控制 [J]. *西安交通大学学报*, 2019, 53(3): 88-96.
- JIANG Lin, LONG Lijun, ZHAO Jun. Sliding mode control for variable structure near space vehicles with time-varying composite disturbance [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2019, 53(3): 88-96.

(编辑 陶晴)